CONCOURS ECRICOME PREPA

RAPPORT D'EPREUVE

Commentaires généraux

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et/ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un prérequis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Rappelons que les questions informatiques sont assez largement valorisées au sein du barème de l'épreuve et que, près des deux tiers des candidats y répondent de façon suffisamment satisfaisante.

Avec une moyenne de 11,19 et un écart-type de 5,85, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

Commentaires particuliers

Exercice 1

Cet exercice mêlant algèbre et probabilités avait pour but de vérifier les acquis des candidats sur les calculs matriciels, et sur leur application à l'étude d'une chaîne de Markov. Il a en général été assez bien abordé par les candidats qui ont su montrer leurs savoirs-faire sur ce type d'exercice.

Partie I

1. Le calcul de PQ est globalement satisfaisant. Il est dommage que certains candidats ne voient pas le lien avec la matrice identité. Certains candidats, même après avoir obtenu $PQ = 6I$ se lancent dans la méthode du pivot de Gauss pour déterminer P^{-1}.
2. On note une amélioration par rapport à 2016 sur les notions de valeurs propres et vecteurs propres. La méthode de calcul est connue, on attend cependant des candidats qu'ils précisent (au moins une fois) que les vecteurs sont non nuls pour montrer qu'ils sont vecteurs propres.
3. Les candidats trouvent souvent la bonne matrice diagonale D mais, soit ne justifient pas leur résultat, soit le font en transformant la relation donnée $M = \frac{1}{6}PDQ$. Très peu d'entre eux invoquent la diagonalisation de M et montrent le rapport avec la matrice de passage P donnée par l'énoncé.
4. Un raisonnement par récurrence était attendu par les candidats, et la rédaction a été globalement satisfaisante, ce qui montre une nette amélioration par rapport aux sessions précédentes. Certains candidats maladroits initialisent avec $n = 1$ au lieu de $n = 0$.

5. Pour le calcul de D^n, on attend des candidats qu'ils précisent que D est diagonale pour parvenir au résultat. Certains candidats s'arrêtent avant de démarrer les calculs de produits matriciels. Certains candidats passent d'une matrice 3×3 à une matrice colonne sans aucune explication. De même, quelques copies présentent des calculs « arrangés », avec des erreurs de signe qui mènent quand même au résultat écrit dans l'énoncé. Ces copies malhonnêtes sont souvent dévalorisées dans la suite de la correction, du simple fait qu'elles peuvent amener le correcteur à remettre en doute toute autre réponse du candidat.

Partie II

1. Les données de l'énoncé furent généralement bien interprétées par l'ensemble des candidats afin d'obtenir les valeurs initiales du processus, il est inutile de justifier très longuement les résultats. Certains d'entre eux ont tout de même considéré une répartition uniforme entre les sports pratiqués à l'instant 1.
2. Les candidats peinent à citer le bon système complet d'événement. On attend dans cette question une écriture correcte en événements puis une substitution par les données de l'énoncé. Beaucoup confondent les écritures a_i et A_i, traduisant une indifférence entre événements et probabilités. Les deux autres relations sur b_{n+1} et c_{n+1} peuvent être données directement.
3. La question a été quasi-systématiquement réussie par les candidats ayant obtenu les relations de récurrence à la question précédente. Seuls certains candidats maladroits donnent pour A un vecteur colonne.
4. On attendait ici un raisonnement par récurrence, souvent bien maîtrisé.
5. De nombreux candidats n'ont pas vu le lien avec la partie I et se sont arrêtés à cette question. On pourra faire remarquer aux futurs candidats que multiplier une matrice par la colonne $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ revient à prendre la première colonne de la matrice.
6. On relève de nombreuses erreurs de calcul, ou des simplifications abusives dans les fractions, peu de copies parviennent au bout des calculs. Les candidats doivent parfois prendre un peu de recul quant à leurs réponses, les limites proposées étant parfois infinies ou supérieures à 1, alors que a_n, b_n, c_n sont des probabilités telles que $a_n + b_n + c_n = 1$.

Exercice 2

Cet exercice de probabilités discrètes avait pour but de vérifier la bonne maîtrise des différentes lois usuelles au programme, et d'évaluer les connaissances en langage Scilab. L'exercice a révélé une connaissance du cours trop approximative chez de nombreux candidats, les lois usuelles étant souvent confondues et les formules mal apprises.

Partie I

1. Cette question de cours (ainsi que la suivante) sont bien valorisées dans le barème pour favoriser les candidats qui rédigent correctement le recours à une loi usuelle. La loi binomiale est souvent reconnue, mais la justification peut rester approximative, par exemple sur l'indépendance des épreuves de Bernoulli. Nous rappelons que la notation C_n^k des coefficients binomiaux n'est pas au programme.
2. La loi géométrique est également souvent reconnue, mais les valeurs de $P(Y = k)$, espérance et variance sont parfois erronées.
3. Cette question plus délicate a en revanche posé beaucoup de problèmes aux candidats. Très souvent, ils ont cherché à répondre en utilisant des modèles de lois usuelles. Beaucoup n'ont pas lu attentivement l'énoncé, considérant des tirages avec remise. Certains candidats ont eu la bonne intuition concernant une loi uniforme ici. On attendait un raisonnement prouvant cette conjecture, idéalement en appliquant la formule des probabilités composées. La formule donnant la variance d'une loi uniforme discrète n'est pas toujours connue.

Partie II

Cette partie a été moins abordée, et souvent de façon erronée, les raisonnements attendus étant un peu plus fins.
La questions en Scilab, est traitée seulement par la moitié des candidats et a été souvent mal comprise, et finalement très peu correcte dans l'ensemble des copies. Rappelons que ce genre de question est largement valorisé dans le barème et ne nécessite qu'un peu d'investissement en algorithmique.

Exercice 3

Cet exercice d'analyse et probabilités avait pour but de vérifier les connaissances sur les études de fonctions, puis d'appliquer les techniques d'intégration à l'étude d'une densité de probabilité. La partie I a été maltraitée par la plupart des candidats, mettant en valeur des erreurs de logique et de calculs élémentaires. La partie II, fournissant les résultats à démontrer, a été mieux abordée. Nous ne pouvons qu'encourager les futurs candidats à s'entraîner sur cet exercice pour les sessions à venir.

Partie I

1. La recherche de l'ensemble de définition a été plutôt mal faite, montrant de certains candidats une méconnaissance de la fonction logarithme népérien. Certains candidats confondent la condition d'existence de $\ln(x)$ avec la condition $\ln(x) > 0$.
2. De même qu'à la question précédente, la fonction ln est mal connue des candidats (qui pensent souvent qu'elle est positive) et la résolution d'inégalités est un exercice difficile pour beaucoup. Peu de candidats raisonnent en utilisant des équivalences, en justifiant les transformations effectuées et en concluant par l'ensemble de solutions.
3. Seuls de rares candidats parviennent à déterminer les limites correctement. Pour la limite en 0, on attend des candidats qu'ils précisent le signe du dénominateur. Pour la limite en $+\infty$ (et elle seule), on attend des candidats qu'ils citent explicitement qu'ils utilisent le théorème de croissances comparées.
4. Le calcul de la dérivée était globalement correct, mais les candidats ont peiné à simplifier et factoriser le résultat et étudier le signe de la dérivée. Beaucoup de candidats résolvent l'équation $f'(x) = 0$ plutôt que de résoudre une inégalité.
5. Les candidats connaissent la méthode et la formule, mais donnent souvent une réponse incomplète. L'écriture seule de « $f'(a)(x-a)+f(a)$ »n'est pas une équation de tangente.
6. Le tracé de courbe est, comme les années précédentes, une question peu abordée par les candidats. C'est dommage car la question est en général valorisée. On attend un travail soigné, et une cohérence avec les résultats de l'énoncé ou démontrés précédemment. Les candidats ayant du mal à tracer la courbe auraient pu au moins tracer la tangente de la question précédente.

Partie II

1. L'intégration par parties est bien assimilée et correctement traitée lorsque les candidats trouvent les bonnes primitives. Au niveau de la rédaction, on attend des candidats qu'ils fassent apparaître clairement la formule d'intégration par parties et les fonctions utilisées. La principale erreur commise par les candidats a été de considérer la fonction $x \mapsto x^3$ au lieu de $x \mapsto \dfrac{1}{x^3}$.
2. Cette question a été bien comprise par les candidats, connaissant systématiquement la bonne définition d'une densité de probabilité. Plusieurs copies se contentent de citer le théorème du cours sans chercher à en vérifier les hypothèses, et on peut regretter un manque d'explication dans les étapes (continuité par morceaux, relation de Chasles, convergence d'intégrales, ...).

3. (a) Cette question ne demandait qu'à utiliser les questions 1 et 2, les candidats ayant la bonne définition de la fonction de répartition ont donc bien traité la question. La principale erreur était d'écrire $F(x) = \int_1^x f(x)dx$.

   (b) La question Scilab a été encore peu correcte chez les quelques candidats qui l'abordent. Si ces derniers ont bien compris qu'il fallait calculer $F(x)$, il s'agissait ici d'utiliser correctement le langage informatique. On attendait surtout des candidats qu'ils utilisent des `calcul=...` et non des `F(x)=...`, et qu'ils écrivent correctement les fractions en langage informatique. Cette question simple est bien rémunérée pour les quelques candidats qui la traitent correctement.

   (c) Il était attendu des candidats qu'ils repèrent un tracé de courbes, en citant l'intervalle sur lequel était étudiée la fonction.

4. Bien que l'indication ne figure pas dans l'énoncé, la plupart des candidats ayant répondu ont bien compris qu'une intégration par parties était nécessaire. Le calcul a alors été bien traité par les candidats, avec les mêmes problèmes de rédaction soulevés qu'à la question 1. Bien que souvent maladroites, les réponses pour l'espérance ont été satisfaisantes.

5. Cette question, plus délicate, la réponse n'étant pas donnée, a été peu abordée par les candidats. Les candidats avaient compris qu'ils devaient calculer $E(X^2)$ mais peu ont su calculer $\int_1^A \frac{\ln(x)}{x}dx$.

6. Le calcul de la probabilité conditionnelle est bien traité, mais le calcul de la limite finale a soulevé de gros problèmes pour de nombreux candidats.