NOM :

INTERRO DE COURS – SEMAINE 11

Exercice 1 – On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_n = 2^n - 3 \quad \text{et} \quad v_n = \frac{4}{2n-1} + 1.$$

Calculer les quatre premiers termes de ces deux suites.

Solution :

$$u_0 = 2^0 - 3 = 1 - 3 = -2 \qquad v_0 = \frac{4}{2\times 0 - 1} + 1 = \frac{4}{-1} + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$u_1 = 2^1 - 3 = 2 - 3 = -1 \qquad v_1 = \frac{4}{2\times 1 - 1} + 1 = \frac{4}{1} + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$u_2 = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1 \qquad v_2 = \frac{4}{2\times 2 - 1} + 1 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$$

$$u_3 = 2^3 - 3 = 8 - 3 = 5 \qquad v_3 = \frac{4}{2\times 3 - 1} + 1 = \frac{4}{5} + 1 = \frac{4}{5} + \frac{5}{5} = \frac{9}{5}$$

Exercice 2 – On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_{n+1} = 2u_n^2 + 1 \text{ avec } u_0 = 1 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + n^2 - 1 \text{ avec } v_0 = 0.$$

Calculer les quatre premiers termes de ces deux suites.

Solution :

$$u_0 = 1 \qquad v_0 = 0$$

$$u_1 = 2u_0^2 + 1 = 2\times 1^2 + 1 = 3 \qquad v_1 = v_0 + 0^2 - 1 = 0 + 0^2 - 1 = -1$$

$$u_2 = 2u_1^2 + 1 = 2\times 3^2 + 1 = 19 \qquad v_2 = v_1 + 1^2 - 1 = -1 + 1^2 - 1 = -1$$

$$u_3 = 2u_2^2 + 1 = 2\times 19^2 + 1 = 723 \qquad v_3 = v_2 + 2^2 - 1 = -1 + 2^2 - 1 = 2$$

Exercice 3 – Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de raison $r = \dfrac{1}{3}$ et de premier terme $u_0 = 4$.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

Solution : Comme la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique, alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = u_0 + nr = 4 + n \times \frac{1}{3} = 4 + \frac{n}{3}.$$

2. Calculer u_{27}.

Solution : En remplaçant n par 27 dans l'expression précédente, j'obtiens que

$$u_{27} = 4 + \frac{27}{3} = 4 + 9 = 13.$$

Exercice 4 – Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 8$.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

Solution : Comme la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique, alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = u_0 \times q^n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{8}{2^n}.$$

2. Calculer u_8.

Solution : En remplaçant n par 8 dans l'expression précédente, j'obtiens que

$$u_8 = \frac{8}{2^8} = \frac{2^3}{2^8} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}.$$