**NOM :**

# INTERRO DE COURS – SEMAINE 9

**Exercice 1 –** Déterminer l'ensemble de définition puis étudier la parité des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^3 + x$,
2. $f(x) = x^4 + \dfrac{1}{x^2}$,
3. $f(x) = x^5 + \dfrac{1}{x} - x^3$,
4. $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2 - 2}$.

**Solution :**

1. $f$ est une fonction polynomiale donc définie sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0.
$$f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -\left(x^3 + x\right) = -f(x),$$
donc la fonction $f$ est impaire.
2. $f$ est la somme d'une fonction polynomiale et d'une fraction rationnelle dont la seule valeur interdite est 0. Elle est donc définie sur $\mathbb{R}^*$ et $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0.
$$f(-x) = (-x)^4 + \frac{1}{(-x)^2} = x^4 + \frac{1}{x^2} = f(x),$$
donc la fonction $f$ est paire.
3. $f$ est la somme d'une fonction polynomiale et d'une fraction rationnelles dont la seule valeur interdite est 0. Elle est donc définie sur $\mathbb{R}^*$ et $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0.
$$f(-x) = (-x)^5 + \frac{1}{-x} - (-x)^3 = -x^5 - \frac{1}{x} + x^3 = -\left(x^5 + \frac{1}{x} - x^3\right) = -f(x),$$
donc la fonction $f$ est impaire.
4. Je remarque que $f(1) = \sqrt{0} = 0$ et que $f(-1)$ n'est pas définie (il faudrait prendre la racine carrée de $-2$, impossible). Donc l'ensemble de définition de $f$ n'est pas symétrique par rapport à 0 et $f$ ne peut être ni paire ni impaire.